EXERCÍCIOS ESPECIAIS - 06

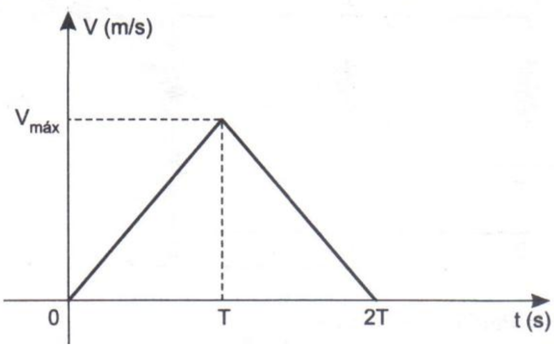
1. (Ita) Billy sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Gama, situado a 10,0 anos-luz da Terra. Metade do percurso é percorrida com aceleração de 15 m/s^2, e o restante com desaceleração de mesma magnitude. Desprezando a atração gravitacional e efeitos relativistas, estime o tempo total em meses de ida e volta da viagem do sonho de Billy. Justifique detalhadamente.

RESOLUÇÃO:

1) **O ano-luz é a distância percorrida pela luz, com velocidade de módulo $c = 3 \, . \, 10^8$m/s, em um intervalo de tempo de 1 ano $\cong 3{,}2 \, .10^7$s.**
Portanto, 1 ano-luz $\cong 9{,}6 \, .10^{15}$m

2) **A distância entre a Terra e Gama será**
$d = 10{,}0 \, . \, 9{,}6 \, . \, 10^{15}m = 9{,}6 \, . \, 10^{16}m$

3) **O gráfico da velocidade escalar V x tempo t será dado por**



O tempo gasto na 1ª metade do tempo de ida é dado por:

$$\Delta s = V_0 \, t + \frac{\gamma}{2} \, t^2$$

$$\frac{9{,}6 \, . \, 10^{16}}{2} = \frac{15}{2} \, T^2$$

$$T^2 = 0{,}64 \, . \, 10^{16} \Rightarrow T = 0{,}8 \, . \, 10^8 s$$

O tempo total de ida e volta é dado por:

$$\Delta t = 4T = 3{,}2 \, . \, 10^8 s$$

Como 1 ano = $3{,}2 \, . \, 10^7$s, vem:

Δt = 10 anos = 120 meses

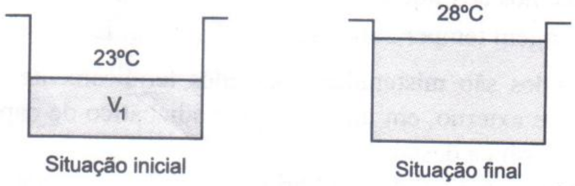
Resposta: 120 meses

---

2. (Ita) Mediante chave seletora, um chuveiro elétrico tem a sua resistência graduada para dissipar 4,0kW no inverno, 3,0kW no outono, 2,0kW na primavera e 1,0kW no verão. Numa manhã de inverno, com temperatura ambiente de 10°C, foram usados 10,0 l de água desse chuveiro para preencher os 16% do volume faltante do aquário de peixes ornamentais, de modo a elevar sua temperatura de 23°C para 28°C. Sabe-se que 20% da energia é perdida no aquecimento do ar, a densidade da água é ρ = 1,0 g/cm^3 e calor específico da água é 4,18 J/gK. Considerando que a água do chuveiro foi colhida em 10 minutos, em que posição se encontrava a chave seletora? Justifique.

RESOLUÇÃO:

Temos as seguintes situações para o aquário



Seja $V_2 = 10\ell$, o volume de água, a uma temperatura θ_0, acrescentada no aquário, correspondente a 16% do volume faltante.

$16\% \leftrightarrow 10\ell \Rightarrow V_1 = \dfrac{0{,}84 \cdot 10\ell}{0{,}16}$

$84\% \leftrightarrow V_1$ $\boxed{V_1 = 52{,}5\ell}$

Cálculo da temperatura θ_0:

$Q_{rec} + Q_{ced} = 0$

$m_1 \cdot c \cdot \Delta\theta_1 + m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta_2 = 0 \Rightarrow V_1 \cdot \Delta\theta_1 + V_2 \cdot \Delta\theta_2 = 0$

$52{,}5 \cdot 10^3 \cdot (28 - 23) + 10 \cdot 10^3 \cdot (28 - \theta_0) = 0$

$\boxed{\theta_0 = 54{,}25°C}$ (temperatura da água despejada no aquário)

Apenas 80% da energia fornecida pelo chuveiro no aquecimento da água foi utilizada, devido a perdas de 20% para o ar.

$0{,}8P \cdot \Delta t = m_2 \cdot c \cdot \Delta\theta$

$0{,}8 \cdot P \cdot 10 \cdot 60 = 10 \cdot 10^3 \cdot 4{,}18 \cdot (54{,}25 - 10)$

$P = 3853{,}4W$ ou $\boxed{P \cong 4kW}$

Concluímos , portanto, que a chave seletora se encontrava na posição “inverno”.

Resposta: inverno

---

3. (Ita) Uma partícula, partindo do repouso, percorre no intervalo de tempo t, uma distância D. Nos intervalos de tempo seguintes, todos iguais a t, as respectivas distâncias percorridas são iguais a 3D, 5D, 7D etc. A respeito desse movimento pode-se afirmar que

a) a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento cresce exponencialmente com o tempo.

b) a velocidade da partícula cresce exponencialmente com o tempo.

c) a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.

d) velocidade da partícula é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.

e) nenhum das opções acima está correta.

RESOLUÇÃO:

Como os deslocamentos escalares, no mesmo intervalo de tempo t, variam em progressão aritmética, o movimento é uniformemente variado.

Como a partícula parte do repouso ($V_0 = 0$), temos:

$\Delta s = V_0 t + \dfrac{\gamma}{2} t^2$

$\boxed{\Delta s = \dfrac{\gamma}{2} t^2}$

A distância percorrida desde o ponto em que se inicia o movimento é proporcional ao quadrado do tempo em que a partícula está em movimento.

A alternativa c não fala em distância percorrida e sim em distância entre o ponto de partida e o ponto em posição t qualquer. Nem sempre a distância será igual à distância percorrida; por exemplo: Numa trajetória circular.

Conclusão:

A alternativa correta é a alternativa E

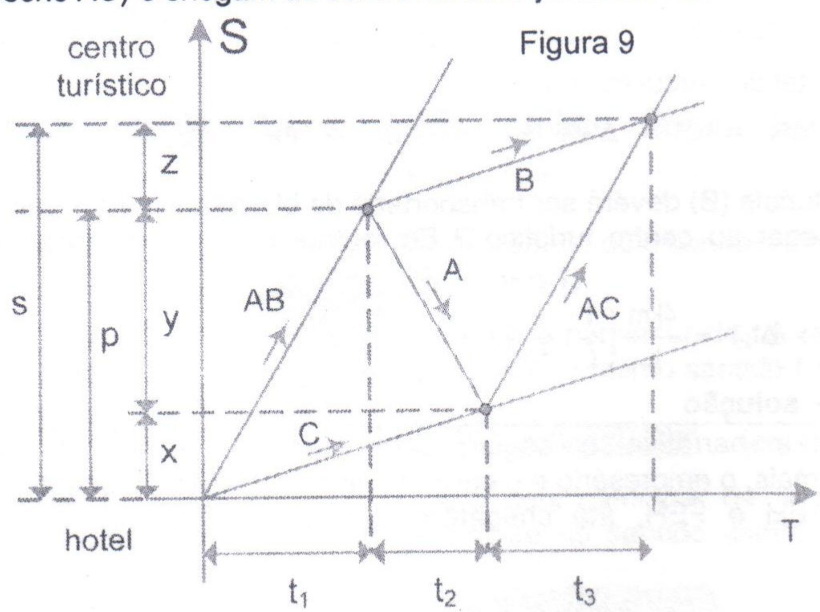
4. (Ita) (Este exercício está no Saraeva) Três turistas, que possuem uma única bicicleta, movem-se ao longo de uma avenida reta, desejando ir do hotel ao centro turístico *no menor espaço de tempo* (o tempo é contado até que o último turista chegue ao centro). A bicicleta consegue transportar apenas duas pessoas de cada vez, a uma velocidade de 20 km/h e, por isso, o terceiro turista precisa começar o deslocamento a pé. O ciclista leva o segundo turista até um determinado ponto do caminho, de onde este continua a andar à pé, a uma velocidade de 4 km/h, enquanto o ciclista regressa para transportar o terceiro. Se a distância do hotel ao centro turístico é de 8 km, determine:

a) em quanto tempo conseguirão chegar ao centro turístico?

b) o segundo turista deverá ser transportado de bicicleta até faltar quantos km para chegar ao centro turístico?

RESOLUÇÃO:

Sejam V_B e V_P as velocidades escalares constantes da bicicleta e dos pedestres, respectivamente. O gráfico S x T acima mostra que, inicialmente, A (dono da bicicleta) dá carona para B até um certo ponto da estrada (trecho AB), enquanto C inicia o movimento a pé (trecho C). Em seguida, B desce da bicicleta e prossegue a pé rumo ao centro turístico (trecho B), enquanto A volta (trecho A) para pegar C que já estava a caminho. Juntos, A e C prosseguem de bicicleta (trecho AC) e chegam ao centro turístico junto com B.



O gráfico S x T, que representa esse movimento, é um paralelogramo, visto que velocidades iguais implicam inclinações iguais no plano S x T. Todo paralelogramo é um quadrilátero com lados opostos congruentes e paralelos, dois a dois. Conseqüentemente, como os lados AB e AC são congruentes e igualmente inclinados em relação à horizontal, suas projeções horizontais Δt_1 e Δt_3 são congruentes, isto é, $\Delta t_1 = \Delta t_3$.

O percurso completo dura um tempo total:

$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_1 = 2.\Delta t_1 + \Delta t_2$.

Sejam $\mathbf{V_B}$ a velocidade da bicicleta e $\mathbf{V_P}$ a velocidade do pedestre.
Observando o gráfico, vemos que:
p é a distância percorrida por AB, com velocidade V_B, num intervalo de tempo Δt_1 , ou seja, $\mathbf{p = V_B .\Delta t_1}$;

y é a distância percorrida por A, com velocidade V_B, num intervalo de tempo Δt_2 , ou seja, $\mathbf{y = V_B .\Delta t_2}$;

x é a distância percorrida por C, com velocidade V_P, num intervalo de tempo $\Delta t_1 + \Delta t_2$, ou seja, $\mathbf{x = V_P .(\Delta t_1 + \Delta t_2)}$.

Como **p = x + y**, vem: $V_B .\Delta t_1 = V_P .(\Delta t_1 + \Delta t_2) + V_B .\Delta t_2$

$20 .\Delta t_1 = 4 .(\Delta t_1 + \Delta t_2) + 20 .\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_1 = 3.\Delta t_2 / 2$ **(eq1)**

Observando novamente o gráfico, vemos que a distância do hotel ao centro turístico (s = 8 km) vale **s = p + z** ;
z é a distância percorrida por B, com velocidade V_P, num intervalo de tempo $\Delta t_1 + \Delta t_2$, ou seja, $\mathbf{z = V_P. (\Delta t_1 + \Delta t_2)}$;

s = p + z $\Rightarrow$ $8 = V_B .\Delta t_1 + V_P. (\Delta t_1 + \Delta t_2)$ **(eq2)**

Resolvendo o sistema de equações eq5 e eq6, encontramos:
$\Delta t_2 = (1/5)\text{h} = 12 \text{ min}$ e $\Delta t_1 = (3/10)\text{h} = 18 \text{ min}$

A duração total do percurso será:

$\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_1 = 2.\Delta t_1 + \Delta t_2 = 48 \text{ min.}$

O segundo turista (B) deverá ser transportado de bicicleta até que faltem quantos km para chegar ao centro turístico ? Em outras palavras, quanto vale **z** no gráfico ?

$$\mathbf{z} = V_P. (\Delta t_1 + \Delta t_2) = \frac{4\text{km}}{\text{h}}.\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{10}\right)\text{h} \Rightarrow \mathbf{z = 2\ km}$$